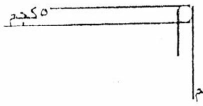
الاستاتيكا

أولا : أكمل :

١) زاوية الاحتكاك هى الزاوية المحصورة بين قوة رد الفعل العمودى ورد الفعل المحصل

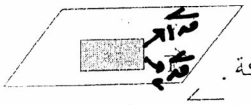
٢) معامل الاحتكاك هو النسبة بين قوة الاحتكاك النهائى ورد الفعل العمودى



٣) فى الشكل المقابل : إذا كانت المجموعة على وشك الحركة ،

فإن معامل الاحتكاك = $\frac{2}{5}$.

٤) إذا وضع جسم على مستوى مائل خشن يميل على الأفقى بزاوية قياسها = حتا$^{-1}$ $\frac{3}{5}$ و كان على وشك الإنزلاق فإن معامل الاحتكاك = $\frac{4}{3}$.



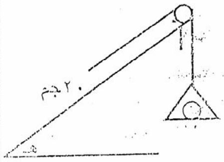
٥) فى الشكل المقابل : إذا كانت $\overrightarrow{ق_1}$ = ٣ $\overrightarrow{س}$ - ٤ $\overrightarrow{ص}$ ، $\overrightarrow{ق_2}$ = ٨ $\overrightarrow{س}$ + ٦ $\overrightarrow{ص}$ ،

و كان معامل الاحتكاك بين الجسم و المستوى = $\frac{1}{\sqrt{5}}$ و كان الجسم على وشك الحركة .

فإن كتلة الجسم = ٢٥ جم. (|| $\overrightarrow{ق_1}$ || ، || $\overrightarrow{ق_2}$ || ، بثقل الجرام)

٦) إذا كانت قوة الاحتكاك النهائى = ٦٠ نيوتن ، و معامل الاحتكاك = ٠,٧٥ ، فإن رد الفعل المحصل = ١٠٠ نيوتن

٧) إذا كان معامل الاحتكاك بين جسم و مستوى = ١ ، فإن قياس زاوية الاحتكاك = ٤٥° .



٨) فى الشكل المقابل :: طا هـ = $\frac{4}{3}$ ، و كتلة كفة الميزان = ١جم

و كتلة الجسم على المستوى ٢٠جم . أوجد :

أ) إذا كان أصغر ثقل يوضع فى الكفة لحفظ التوازن = ٧ث جم،

فإن معامل الاحتكاك = $\frac{2}{3}$.

أأ) أكبر ثقل يوضع فى الكفة لحفظ التوازن = ٢٣ ث جم .

٩) إذا كانت $\overrightarrow{ق_1}$ = ٣ $\overrightarrow{س}$ + ٤ $\overrightarrow{ص}$ تؤثر فى النقطة أ(٢ ، -١) ، $\overrightarrow{ق_2}$ = م $\overrightarrow{س}$ + ٤ $\overrightarrow{ص}$ تؤثر فى النقطة ب(٤ ، ٣)

فإن :

أ) عزم $\overrightarrow{ق_1}$ حول أ = $\overrightarrow{0}$ أو $\overrightarrow{و}$

أأ) البعد بين نقطة ب و خط عمل $\overrightarrow{ق_1}$ = $\frac{4}{5}$ وحدة طول

أأأ) المركبة الجبرية للقوة $\overrightarrow{ق_1}$ فى اتجاه $\overrightarrow{أب}$ = $\frac{11}{\sqrt{5}}$

أv) إذا كانت $\overrightarrow{ق_1}$ = $\overrightarrow{ق_2}$ ، فإن م = ٣ ، و محصلة $\overrightarrow{ق_1}$ ، $\overrightarrow{ق_2}$ تمر بالنقطة (٣ ، ١)

١٠) إذا كان $\overrightarrow{أ}$ = ٢ $\overrightarrow{س}$ - ٣ $\overrightarrow{ص}$ ، $\overrightarrow{ب}$ = $\overrightarrow{س}$ + $\overrightarrow{ص}$ ، $\overrightarrow{ج}$ = $\overrightarrow{س}$ - $\overrightarrow{ص}$ فإن :

أ) $\overrightarrow{أ}$ × ($\overrightarrow{ب}$ × $\overrightarrow{ج}$) = ٦ $\overrightarrow{س}$ + ٤ $\overrightarrow{ص}$

أأ) ($\overrightarrow{أ}$ × $\overrightarrow{ب}$) ⊙ $\overrightarrow{ج}$ = صفر .

أأأ) ($\overrightarrow{أ}$ + $\overrightarrow{ب}$) ⊙ $\overrightarrow{ج}$ = ٥ .

أv) مساحة سطح المثلث المرسوم على $\overrightarrow{ب}$ ، $\overrightarrow{ج}$ = ١ وحدة مربعة

(١١) إذا كان أ ، ب متجهي وحدة قياس الزاوية بينهما = θ فإن ٢(أ ⊙ ب) || أ × ب || = جا .٢θ. .

(١٢) إذا كانت ق١ ، ق٢ قوتان متوازيتان متضادان في الاتجاه فإن محصلتهما ح = ق١ − ق٢

(١٣) قوة ق عزمها بالنسبة للنقطة (٣ ، ٤) = ١٠ ع ، وعزمها بالنسبة للنقطة (−١ ، ٢) = −١٠ ع فإنها عزمها حول النقطة (.١. ، .٣.) يساوي ٠

(١٤) إذا كان أ ، ب متجهي وحدة فإن (أ ⊙ ب)² + || أ × ب ||² = ...١.... .

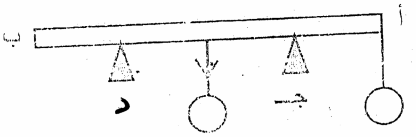
(١٥) قوة ق = ٢ س − ٥ ص عزمها بالنسبة للنقطة (١ ، ٣) = ٠ فإن عزمها بالنسبة للنقطة (−١ ، −٣) = ...−٢٢ ع

(١٦) إذا كانت محصلة قوتين متوازيتين = ٤ س + ٥ ص وكانت إحدى هاتين القوتين تساوي ١٢ س + ك ص فإن ك = ..١٥... ، القوة الثانية = .٨ س + ١٠ ص

(١٧) قياس الزاوية بين المتجهين ٣ س + ٤ ص ، ٨ س − ٦ ص يساوي ...٩٠°. .

(١٨) إذا كانت ق١ // ق٢ ، || ق١ || = ١٠ نيوتن ، || ح || = ٦ نيوتن فإن || ق٢ || = ٤ أو ١٦... نيوتن.

(١٩) في الشكل المقابل:-



أ جـ = ب د = $\frac{1}{2}$ جـ د

ووزن القضيب ٧ نيوتن يؤثر في منتصفه

أكبر ثقل يعلق من أ لحفظ التوازن = ..٧... نيوتن

وعندئذ يكون الضغط عند جـ = ...١٤.. نيوتن ، الضغط عند د = .صفر... نيوتن.

(٢٠) إذا انعدم مجموع عزوم عدة قوى حول نقطة أ فإن خط عمل المحصلة يمر بنفس النقطة أ

(٢١) إذا انعدم مجموع متجهات مجموعة من القوى فإن هذه المجموعة .غير متزنة

(٢٢) إذا كانت ق١ = ٣ س − ٤ ص ، ق٢ = أ س + ٤ ص تؤثران في النقطتين (٢ ، ٥) ، (−١ ، ٤) على الترتيب وتكونان ازدواجاً فإن:-

(I) معيار عزم الازدواج = ...١٥.... .

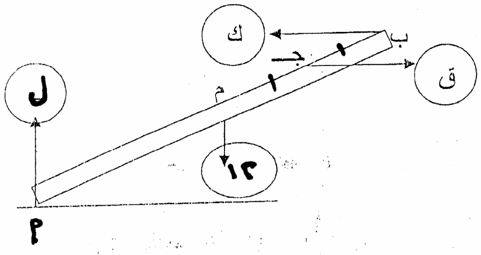
(II) مجموع عزمي ق١ ، ق٢ بالنسبة للنقطة (٥ ، $\sqrt{3}$) = −١٥ ع

(٢٣) إذا كان أ (٢ ، ٣) ، ب (−١ ، ٧) فإن مركبة القوة ق = ٢٠ س − ١٥ ص في اتجاه أ ب = ($\frac{٧٢}{٥}$ ، $-\frac{٩٦}{٥}$)

(٢٤) لأي ثلاث متجهات غير صفرية أ ، ب ، جـ تقع في مستوى واحد يكون (أ × ب) ⊙ جـ = ..صفر .

(٢٥) يتكافأ ازدواجين ج١ ، ج٢ إذا كان ج١ = ج٢ ويتزنان إذا كان ج١ + ج٢ = ٠

(٢٦) من الممكن أن يتزن سلم إذا ارتكز بطرفه العلوي على حائط رأسي أملس وبطرفه السفلي على أرض أفقية .خشنة



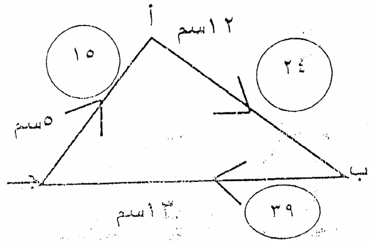
(٢٧) في الشكل المقابل:- ٢٤م ب = ب م

أ ب قضيب منتظم وزنه ١٢ نيوتن ، جا هـ = $\frac{٣}{٥}$

ومتزن تحت تأثير القوى الموضحة

∴ ق + ك + ل = ..٦٠.٧. نيوتن.

(٢٨) إذا اتزن ازدواجين $\overrightarrow{ج_١}$ ، $\overrightarrow{ج_٢}$ وكان $\overrightarrow{ج_١}$ = ١٥ $\overrightarrow{ع}$ فإن $\overrightarrow{ج_١}$ - $\overrightarrow{ج_٢}$ = ..٣٠ $\overrightarrow{ع}$.



(٢٩) في الشكل المقابل:- (مقادير القوى بالنيوتن)

(I) مجموع عزوم القوى حول أ = ...١٨٠

(II) مجموع عزوم القوى حول ب = ...١٨٠.

(III) مجموع عزوم القوى حول جـ = ...١٢٠.

(VI) مقدار القوة التي تضاف للمجموعة لتكافئ ازدواج = ..١٢... نيوتن وتؤثر في .م ك..

ويكون معيار عزم هذا الازدواج = ..١٨٠. نيوتن.سم

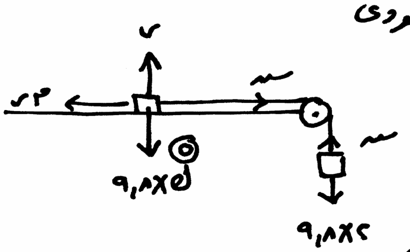
(٣٠) إذا كونت مجموعة من القوى ازدواج وكانت النقط أ ، ب ، جـ في مستوى هذه القوى وكان $\overrightarrow{جـ_ب}$ + $\overrightarrow{جـ_{جـ}}$ = ٢٢ $\overrightarrow{ع}$ فإن $\overrightarrow{جـ_م}$ = ..١١ $\overrightarrow{ع}$.

« اجابة الاسئلة النظرية الاستاتيكا »

الحل :-

① قوة رد الفعل المحصل ورد الفعل العمودي

② قوة الاحتكاك النهائي ورد الفعل العمودي



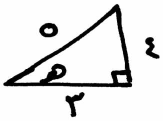
③ ∵ الجسم على وشك الحركة

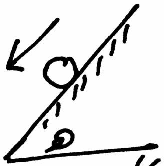
∴ معادلات الاتزان هي

سـ = ٢ × ٩,٨ ، ر = ك × ٩,٨ ، سـ = م ر

∴ ٢ × ٩,٨ = م × ك × ٩,٨ ∴ ٢ = ٥ م ∴ **م = ٢/٥**

④ ∵ هـ = جتا⁻¹ ٣/٥ ∴ جتا هـ = ٣/٥





∵ الجسم على وشك الانزلاق تحت تأثير وزنه فقط

∴ قياس زاوية ميل المستوى على الأفقي = قياس زاوية الاحتكاك

أي أن هـ = ل ⟸ ظا هـ = ظا ل = م

∴ **م = ٤/٣**

⑤ ∵ ق١ = ٣ سَ − ٤ صَ ⟸ ق١ = ||ق١|| = √(س² + ص²) = √(٩ + ١٦) = √٢٥ = ٥ ث جم

∵ ق٢ = ٨ سَ + ٦ صَ ⟸ ق٢ = ||ق٢|| = √(٦٤ + ٣٦) = √١٠٠ = ١٠ ث جم

ميل ق١ × ميل ق٢ = −٤/٣ × ٦/٨ = −٢٤/٢٤ = −١ حيث معيار ق١، ق٢ بـ ث جم

∴ ق١ ⊥ ق٢ ∴ قياس الزاوية بينهما = ٩٠° (لنفرضها ى قياس الزاوية بين خطي عمل ق١، ق٢)

⟸ أو ∵ ق١ ⊙ ق٢ = (٣، −٤) ⊙ (٨، ٦) = ٢٤ − ٢٤ = ٠

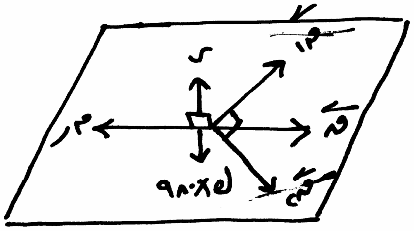
∴ ق١ ⊥ ق٢

⟸ أو جتا ى = (ق١ ⊙ ق٢) / (||ق١|| ||ق٢||) = ٠ / (٥ × ١٠) = ٠ ∴ ى = ٩٠°

⟸ أو ∵ جا ى = ||ق١ × ق٢|| / (||ق١|| ||ق٢||) = ||(٢٤ + ٢٢) ع|| / (٥ × ١٠) = ٥٠/٥٠ = ١

∴ ى = ٩٠°

⑤



∵ $ق = \sqrt{ق_1^2 + ق_2^2}$ ∴ $ق = \sqrt{٢٥ + ١٠٠}$

$ق = ٥\sqrt{٥} \times ٩٨٠$ داين

∵ الجسم على وشك الحركة

∴ معادلات الاتزان هي

$ر = ك \times ٩٨٠$ ، $ق = م ر$

$م = \frac{١}{\sqrt{٥}}$

∴ $٥\sqrt{٥} \times ٩٨٠ = \frac{١}{\sqrt{٥}} \times ك \times ٩٨٠$ ∴ $٥\sqrt{٥} = \frac{١}{\sqrt{٥}}$ ك

∴ $ك = ٥\sqrt{٥} \times \sqrt{٥}$ ∴ ك = ٢٥ جم

⑥ ∵ م ر = ٦٠ نيوتن ، م = ٠.٧٥ = $\frac{٣}{٤}$ ∴ $\frac{٣}{٤}$ ر = ٦٠

∴ ر = ٦٠ × $\frac{٤}{٣}$ = ٨٠ نيوتن

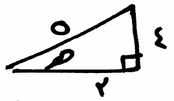
∵ $\bar{ر} = ر \sqrt{١ + م^2}$

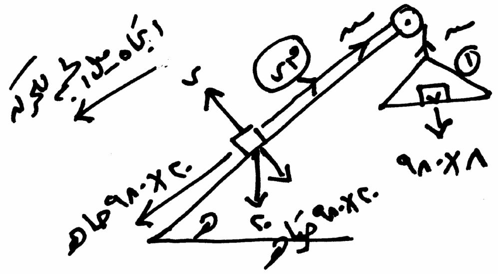
∴ $\bar{ر} = ٨٠ \sqrt{١ + \frac{٩}{١٦}} = ٨٠ \sqrt{\frac{٢٥}{١٦}} = ٨٠ \times \frac{٥}{٤} = ١٠٠$

$\bar{ر}$ = ١٠٠ نيوتن

⑦ ∵ م = ١ ∴ ظا ل = ١ ∴ قياس زاوية الاحتكاك = ٤٥°

⑧ أولاً





اتجاه الحركة كما هو مبين بالشكل

$\frac{٤}{٥} \times ٩٨٠ \times ٢٠ > ٩٨٠ \times ٨$

معادلات الاتزان

س = ٩٨٠ × ٨ | ر = $\frac{٣}{٥}$ × ٩٨٠ × ٢٠ | س + م ر = $\frac{٤}{٥}$ × ٩٨٠ × ٢٠

بالتعويض

$\frac{٤}{٥} \times ٩٨٠ \times ٢٠ = \frac{٣}{٥} \times ٩٨٠ \times ٢٠ \times م + ٩٨٠ \times ٨$

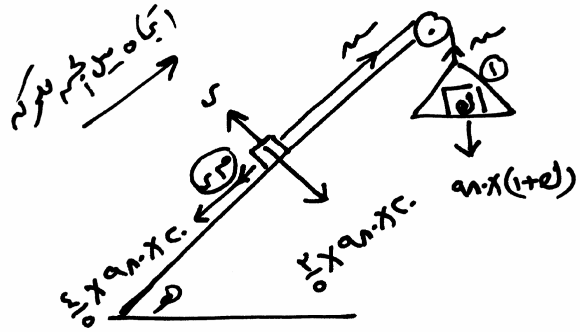
١٦ = ١٢ م + ٨

∴ ١٢ م = ٨ ∴ $م = \frac{٢}{٣}$

ملحوظة ١٠: أ) عندما تكون يوضع الثقل يجعل الجسم على وشك الحركة لأسفل

وأكبر " " " " " " " لأعلى

(٦)



ثانياً ∵ م = ٢/٣

∵ الكرتين يوضعان في الكفة يجعل الجسم على وشك الحركة لأسفل

∴ معادلات الاتزان هي

ش = ٩٨٠ × (ك+١) | ر = ٣/٥ × ٩٨٠ × ٢٠ | ش = م ر + ٤/٥ × ٩٨٠ × ٢٠

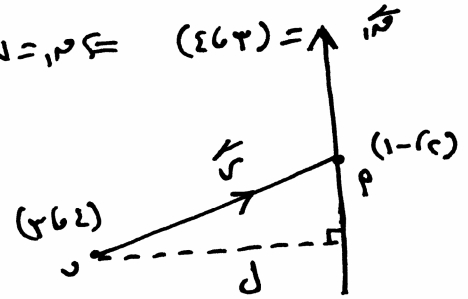
∴ ٩٨٠ × (ك+١) = ٢/٣ × ٣/٥ × ٩٨٠ × ٢٠ + ٤/٥ × ٩٨٠ × ٢٠

ك+١ = ٨ + ١٦ ∴ ك+١ = ٢٤ ∴ **ك = ٢٣ جم**

(٩)

(أ) ∵ النقطة م ∈ خط عمل القوة ق١ ∴ متجه عزم ق١ حول م = 0⃗

(ب) ق١ = (٣، ٤) ، ‖ق١‖ = √(٩+١٦) = ٥



ر = ب م = م − ب

= (٢، −١) − (٤، ٣)

ر = (−٢، −٤)

∴ جـ_ب = ر × ق١ = (−٢، −٤) × (٣، ٤) = (−٨ + ١٢) ع

∴ جـ_ب = ٤ع ∴ ل = ‖جـ_ب‖ / ‖ق١‖ = ‖٤ع‖ / ٥ = ٤/٥

∴ البعد بين النقطة ب وخط عمل ق١ = ٤/٥ وحدة طول

حل آخر من قانون البعد بين نقطة وخط مستقيم ل = |أ س١ + ب ص١ + جـ| / √(أ² + ب²)

∵ ميل خط عمل القوة = ص/س = ٤/٣ ويمر بالنقطة (٢، −١)

∴ معادلة خط عمل القوة هي

(ص+١)/(س−٢) = ٤/٣

٤س − ٨ = ٣ص + ٣

∴ ٤س − ٣ص − ١١ = ٠ ، (٤، ٣) (س١، ص١)

ل = |٤×٤ − ٣×٣ − ١١| / √(١٦+٩) = |١ − ١٤| ... = (١−١٤)/٥ = ٤/٥

(٧) أب = ب − أ = (٣،٤) − (١−،٢) = (٢،٤)

ق١ = (٤،٣)

(جـ) المركبة الجبرية (المسقط الجبري) للقوة ق١ في اتجاه أب = $\frac{\text{ق}_1 \odot \text{أب}}{\|\text{أب}\|}$

= $\frac{(٤،٣) \odot (٤،٢)}{\sqrt{٤+١٦}}$ = $\frac{٦+١٦}{٢\sqrt{٥}}$

= $\frac{٢٢}{٢\sqrt{٥}}$ = $\frac{١١}{\sqrt{٥}}$ = $\frac{١١\sqrt{٥}}{٥}$

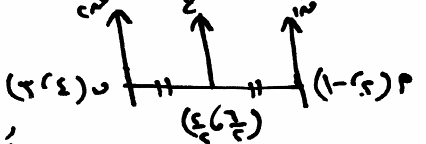
(سؤال خاص) المركبة الاتجاهية للقوة ق١ في اتجاه أب = $\frac{\text{ق}_1 \odot \text{أب}}{\|\text{أب}\|^2}$. أب

= $\frac{٢٢}{٢٠}$ (٢،٤) = ($\frac{٤٤}{٢٠}$ ، $\frac{٨٨}{٢٠}$)

= ($\frac{١١}{٥}$ ، $\frac{٢٢}{٥}$)

(د) ∵ ق١ = ق٣ ∴ (٣،٤) = (م،٤) ⟸ م = ٣

∵ القوتان متساويتان وفي نفس الاتجاه ∴ خط عمل المحصلة عند منتصف أب



(٤، $\frac{٦}{٢}$)
= (٣،١)

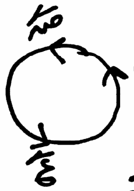
أي أن محصلة القوتين ق١، ق٣ تمر بالنقطة (٣،١)

(١٠) ∵ أ = (٢، −٣) ، ب = (١،١) ، جـ = (١، −١)

∴ ب × جـ = (١،١) × (١، −١) = (−١ −١) ع = −٢ع

، أ × ب = (٢، −٣) × (١،١) = (٢+٣) ع = ٦ع

، أ + ب = (٢، −٣) + (١،١) = (٣، −٢)



(أ) أ × (ب × جـ) = (٢، −٣) × −٢ع = (٢س − ٣ص) × −٢ع

= −٤ س × ع + ٦ ص × ع

= −٤ × −ص + ٦ س = ٦س + ٤ص

(ب) (أ × ب) ⊙ جـ = ٦ع ⊙ (س − ص) = ٦ع ⊙ س − ٦ع ⊙ ص

= ٠ − ٠ = صفر

(ج) (أ + ب) ⊙ ج = (٣ ، -٢) ⊙ (١ ، -١) = ٣ + ٢ = ٥

(د) مساحة سطح المثلث المرسوم على ب ، ج = ‖ب × ج‖ / ٢ = ‖-٢ع‖ / ٢ = ٢/٢

= ١ وحدة مربعة

(١١) ∵ أ ، ب متجهي وحدة ∴ ‖أ‖ = ١ ، ‖ب‖ = ١

∴ أ ⊙ ب = ‖أ‖ ‖ب‖ جتا هـ = ١ × ١ × جتا هـ = جتا هـ ← (١)

∴ أ × ب = (‖أ‖ ‖ب‖ جا هـ) ى = (١ × ١ × جا هـ) ى = (جا هـ) ى

∴ ‖أ × ب‖ = جا هـ ← (٢)

من (١) ، (٢) ينتج

٢ (أ ⊙ ب) ‖أ × ب‖ = ٢ جتا هـ جا هـ = جا ٢هـ

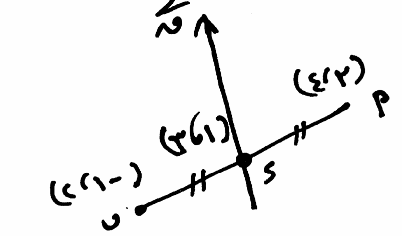
(١٢) ج = ق١ - ق٢

(١٣) ∵ متجه العزم حول النقطة الأولى = - متجه العزم حول النقطة الثانية للقوة

∴ خط عمل القوة يمر بمنتصف المسافة بينهما

∴ خط عمل القوة يمر بالنقطة (١ ، ٣)

لأن جـ = ب



(١٤) ∵ ‖أ‖ = ‖ب‖ = ١ لأن أ ، ب متجها وحدة

وكما سبق في (١١) أ ⊙ ب = جتا هـ ، ‖أ × ب‖ = جا هـ

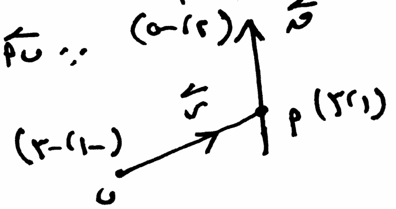
∴ (أ ⊙ ب)² + ‖أ × ب‖² = جتا²هـ + جا²هـ = ١

(١٥) ∵ متجه عزم القوة ق حول (١ ، ٣) يساوي صفر ∴ خط عمل القوة يمر بهذه النقطة

∴ ب أ = ر = أ - ب = (١ ، ٣) - (-١ ، -٣) = (٢ ، ٦)

∴ جـب = ر × ق = (٢ ، ٦) × (٢ ، -٥)

= (-١٠ - ١٢) ع = -٢٢ ع



(١٦) ∵ ع = ٤ س + ٥ ص خط عمله يوازي خط عمل القوة ق١ = ١٢ س + ل ص

ميل خط عمل الأول = ميل خط عمل الثانية

٥/٤ = ل/١٢ ⟸ ل = ٦٠/٤ = ١٥

∴ ق١ = ١٢ س + ١٥ ص = ٣ (٤ س + ٥ ص)

∴ ق١ = ٣ ع ∴ ق١ > ق٢

∵ ع = ق١ − ق٢ ∴ ٤ س + ٥ ص = ١٢ س + ١٥ ص − ق٢

∴ ق٢ = ١٢ س + ١٥ ص − ٤ س − ٥ ص ⟸ **ق٢ = ٨ س + ١٠ ص**

(١٧) ∵ أ = ٣ س + ٤ ص ، ب = ٨ س − ٦ ص متجهين ولنفرض أن ه قياس الزاوية بينهما

∴ جتا ه = (أ ⊙ ب) / (||أ|| ||ب||) = ((٣ ، ٤) ⊙ (٨ ، −٦)) / (√٢٥ √١٠٠) = (٢٤ − ٢٤) / (٥ × ١٠) = ٠

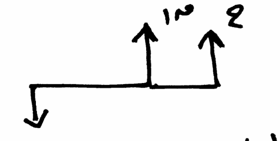
∴ ه = ٩٠°

أو بحساب م١ ، م٢ م أ × م ب = ٤/٣ × −٦/٨ = −٢٤/٢٤ = −١ ∴ أ ⊥ ب

∴ ه = ٩٠°

(١٨) ∵ ق١ // ق٢ ، ||ق١|| = ١٠ نيوتن ، ||ع|| = ٦ نيوتن

∵ ع < ق١ ∴ هناك احتمالين



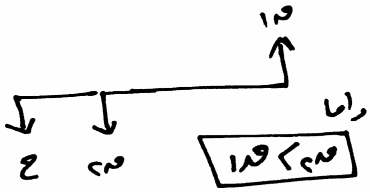
أما **ق١ > ق٢**

ع = ق١ − ق٢

٦ = ١٠ − ق٢

∴ ق٢ = ١٠ − ٦

ق٢ = ٤



وإما **ق٢ > ق١**

ع = ق٢ − ق١

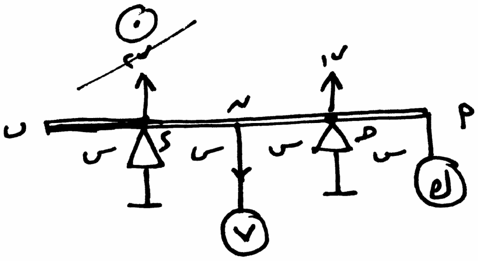
٦ = ق٢ − ١٠

ق٢ = ٦ + ١٠

ق٢ = ١٦

∴ ق٢ ∈ { ٤ ، ١٦ }

(١٩) بفرض أن أهـ = ب د = ½ د هـ = س



∴ أهـ = س

ب د = س

د هـ = ٢س

∴ القضيب منتظم ∴ الوزن يؤثر في المنتصف ∴ هـ ن = ن د = س — الضغط عند د

وبفرض أن أكبر ثقل يجب تعليقه عند أ دون أن يختل التوازن هو ك ∴ ر٢ = ٠

معادلات الاتزان

ر١ = ك + ٧ | ج هـ = ٠ — أكبر ثقل

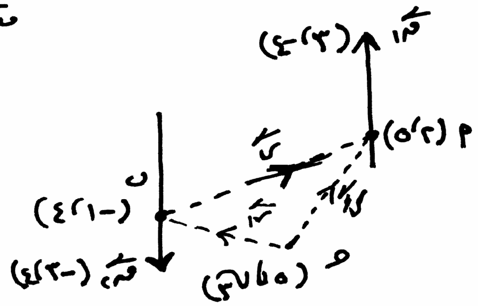
ر١ = ٧ + ٧ | −ك × س + ٧ × س = ٠ ∴ ك = ٧

ر١ = ١٤ الضغط عند هـ

(٢٠) لأن خط عمل المحصلة يمر بنقطة أ (٢١) غير متزنة

(٢٢) ∵ ق١ ، ق٢ تكونان ازدواج ∴ ق١ = −ق٢ ∴ أ = −٣

متضادتان في الاتجاه



ر = ب أ = أ − ب

= (٢، ٥) − (−١، ٤)

= (٣، ١)

ر٢ = هـ أ = (٢، ٥) − (٥، ٣√٣)

= (−٣، ٥ − ٣√٣)

(أ) ج ب = ر × ق١ (معيار عزم الازدواج)

∴ = (٣، ١) × (٣، −٤) = (−١٢ − ٣) ع = −١٥ ع

∴ معيار عزم الازدواج = ||−١٥ ع|| = ١٥

(ب) ج هـ = ر٢ × ق١ + ر٣ × ق٢ | ر٣ = هـ ب = (−١، ٤) − (٥، ٣√٣) = (−٦، ٤ − ٣√٣)

= (−٣، ٥ − ٣√٣) × (٣، −٤) + (−٦، ٤ − ٣√٣) × (−٣، ٤)

= (١٢ − ١٥ + ٣√٣) ع + (−٢٤ + ١٢ − ٣√٣) ع

= (−٣ + ٣√٣) ع + (−١٢ − ٣√٣) ع = −١٥ ع

ملاحظة: مجموع عزوم القوتين حول أي نقطة في مستويهما = عزم الازدواج الناتج من القوتين نفسهما

(٢٣) أ = (٢،٢) ، ب = (-١،٧) ، ق = (٢٠،-١٥)

$\overrightarrow{أب}$ = ب - أ = (-١،٧) - (٢،٢) = (-٣،٤)

∵ مركبة ق في اتجاه أب (المركبة الاتجاهية) = $\frac{ق \cdot أب}{\|أب\|^2}$. أب

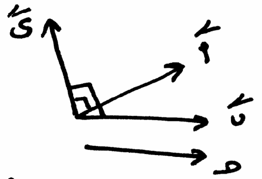
= $\frac{(٢٠،-١٥)\cdot(-٣،٤)}{(\sqrt{٢٥})^2}$ (-٣،٤)

= $\frac{-٦٠-٦٠}{٢٥}$ (-٣،٤) = $\frac{-١٢٠}{٢٥}$ (-٣،٤) = $\frac{-٢٤}{٥}$ (-٣،٤)

= ($\frac{٧٢}{٥}$ ، $\frac{-٩٦}{٥}$)

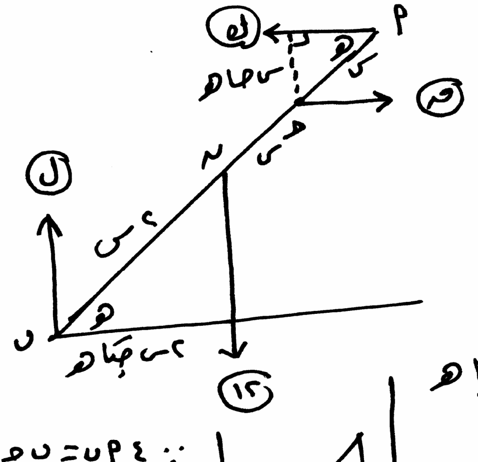
(٢٤) ∵ أ × ب = متجه عمودي على كل من أ ، ب ، جـ في نفس مستوى أ ، ب

∴ (أ × ب) ⊙ جـ = ٠



(٢٥) لهما نفس الاتجاه ونفس المقدار (ج١ = ج٢) ، محصلتهما تلاشي (منعدم)
(ج١ + ج٢ = ٠)

(٢٦) خشنة



(٢٧) (ق ، ك) تكونان ازدواج وليكن ج١
(١٢ ، ل) تكون ازدواج ج٢
∵ المجموعة متزنة

||ج١|| = ||ج٢||

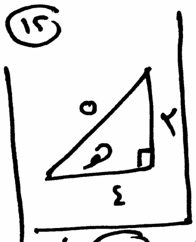
ق × س جاهـ = ١٢ × ٢س جتاهـ

ق × $\frac{٣}{٥}$ = ١٢ × ٢ × $\frac{٤}{٥}$

ق = ٨ × ٤ = ٣٢

ق = ك = ٣٢ ، ل = ١٢

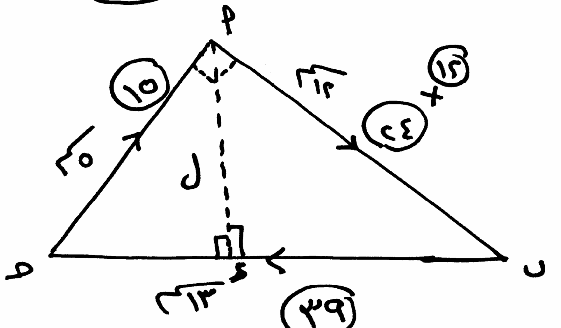
∵ ٤ أ ب = ب د = ٢س
أ م = م د = س
م ب = ٢س



∴ ق + ك + ل = ٣٢ + ٣٢ + ١٢ = ٧٦ نيوتن

٢٨) ∵ $\vec{ج}_1$ ، $\vec{ج}_2$ متزنان ∴ $\vec{ج}_1 + \vec{ج}_2 = \vec{0}$ ∴ $\vec{ج}_2 = -\vec{ج}_1 = -١٥\vec{ع}$

∴ $\vec{ج}_1 - \vec{ج}_2 = ١٥\vec{ع} - (-١٥\vec{ع}) = ١٥\vec{ع} + ١٥\vec{ع} = ٣٠\vec{ع}$



٢٩) (أ) مجموع عزوم القوى حول أ

م = ٠ + ٠ − ٢٩ × ل

= − ٢٩ × $\frac{١٢ \times ٥}{١٣}$

= −١٨٠

(ب) مجموع العزوم حول ب = ٠ + ٠ − ١٥ × ١٢ = −١٨٠

(جـ) مجموع العزوم حول جـ = ٠ + ٠ − ٢٤ × ١٥ = −١٨٠

(د) مقدار القوة التي تضاف هي ١٢ نيوتن وتؤثر في $\overleftrightarrow{أب}$

معيار العزم = ٢ × مساحة △ أ ب جـ × $\frac{\text{وحدة قوة}}{\text{وحدة طول}}$

= ٢ × ($\frac{1}{2}$ × ١٢ × ٥) × ٣

= ١٢ × ١٥ = ١٨٠

ملحوظة: بعد الإضافة $ح_أ = ح_ب = ح_{جـ}$ = عزم الازدواج = −١٨٠

ومعياره = ١٨٠ نيوتن.سم

من هندسة الشكل

ق(∠أ) = ٩٠°

ل = $\frac{١٢ \times ٥}{١٣}$

$\frac{١٥}{٥} = \frac{ق}{١٢} = \frac{٣٩}{١٣} = م$

ق = $\frac{١٢ \times ٣٩}{١٣}$

ق = ٣٦

القوة التي تضاف = ٣٦ − ٢٤ = ١٢

خ عملها ∥ أب

$\frac{١٥}{٥} = \frac{٣٦}{١٢} = \frac{٢٩}{٢} = م = ٣$

وحدة قوة لكل وحدة طول

٣٠) ∵ المجموعة تكافئ ازدواج

∴ $\vec{ج}_أ = \vec{ج}_ب = \vec{ج}_{جـ}$ ∴ $\vec{ج}_ب + \vec{ج}_{جـ} = ٢٢\vec{ع}$

∴ $\vec{ج}_ب = \vec{ج}_{جـ} = ١١\vec{ع}$ ∴ $\vec{ج}_أ = ١١\vec{ع}$ أيضا

مع أطيب التمنيات م/ عبد اللطيف غزال